

斜刃冲裁的最优刃口与冲裁力^①

陈学胜

(武汉工学院)

摘 要

分析了斜刃冲裁的冲裁力。该力不仅与板料和斜刃高度有关,还与刃口形状有关,据此提出了刃口形状的最优设计问题。获得了最优刃口的一般微分方程及对应的圆弧与直线轮廓冲裁件最优刃口的解析解,也给出了一般冲裁件最优刃口的求解方法。对给定斜刃高度与零件采用最优刃口可使冲裁力及断裂噪声降至最低。

关键词: 斜刃冲裁 冲裁力 最优刃口

在斜刃冲裁工艺中,由于材料的分离是连续的,可有效减小冲裁力、降低材料的断裂噪声,故特别适用于大尺寸零件与厚件的切边、落料等。一般冲压技术资料都按相应平刃冲裁力的0.15~0.6倍^[1]或近似公式^[2-4]计算斜刃冲裁力。分析表明,斜刃高度与零件相同,刃口形状不同,冲裁力可能有相当大的不同。从而使人想到,对给定斜刃高度和零件,采用什么样的刃口形状才可使冲裁力最小和噪声最低?这就提出了斜刃冲裁刃口形状最优化的问题。

本文先就一般轴对称件(零件轮廓相对于其几何中心对称的冲裁件)的单峰斜刃冲裁力及最优刃口进行讨论,再将结论推广至多峰刃及一般冲裁件。此外读者可以分析,斜刃无论放在凸模上还是凹模上,分析方法与结果都是相同的。但本文只以凸模斜刃为例进行分析。

1 轴对称件单峰斜刃冲裁力

1.1 一般轴对称件的冲裁力

取任意轴对称件(如图1(a)所示)轮廓的1/4进行分析。 \widehat{AB} 为 \widehat{CD} 中第*i*段曲线,表达如 $r=r(\varphi)$ 或 $y=y(x)$,其坐标系按计算方便

建立。 y 轴为刃口 $f=f(u)$ 柱面的母线。假定冲裁行程 u 进入了*i*段曲线,正与材料发生作用的刃口为 \widehat{ab} ,则此时 \widehat{ab} 局部域上的冲裁力应为 \widehat{ab} 下方的材料截面积(即曲面、曲边 $\triangle abc$ 的面积,见图1(b),下称有效面积)与材料极限抗剪应力 τ_0 之积。取 $u < v < u+t$,对应于 v 的弧长 $\widehat{cd}=s(v, u)$ 下称有效弧长:

$$s(v, u) = \int_{\varphi(v)}^{\varphi(u+t)} \sqrt{r^2 + r'^2} d\varphi \quad (1)$$

有效面积

$$F(u) = \int_u^{u+t} s(v, u) dv \quad (2)$$

式中 各参数的意义如图1(a)所示

$f(u)$ 按(3)式计算,即

$$f(u) = r \sin \varphi(u) + h_i \quad (3)$$

由此得与 u 对应的冲裁力

$$p(u) = 4\tau_0 \int_u^{u+t} \int_{\varphi(v)}^{\varphi(u+t)} \sqrt{r^2 + r'^2} d\varphi dv \quad (4)$$

类似地,采用直角坐标时

$$p(u) = 4\tau_0 \int_u^{u+t} \int_{f(v)}^{f(u+t)} \sqrt{1 + y'^2} dx dv \quad (4')$$

板料未冲穿时(图1(d)),有效弧长为

$$s(v, u) = \int_{\varphi(v)}^{\varphi(u)} \sqrt{r^2 + r'^2} d\varphi \quad (5)$$

($0 \leq u < t$)

或

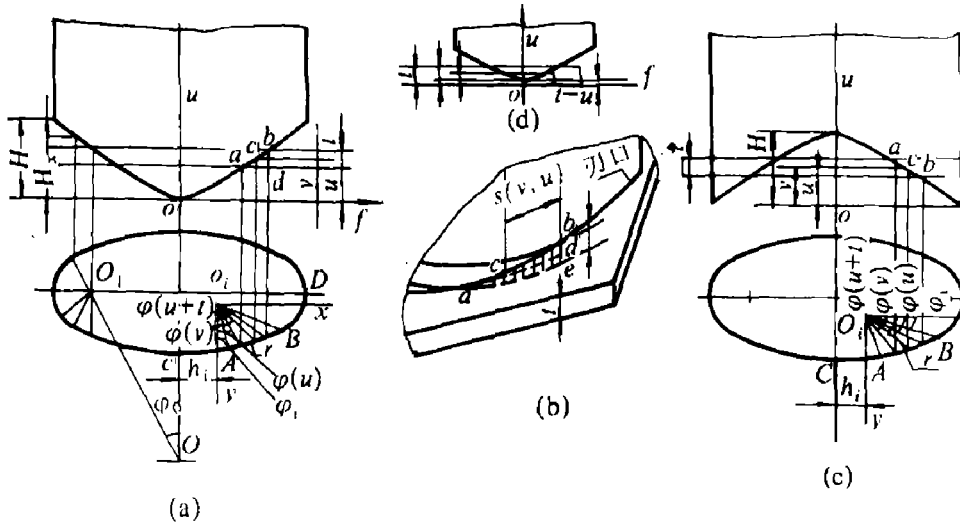


图 1 轴对称零件斜刃冲裁力分析

$$s(v,u) = \int_{f(v)}^{f(u)} \sqrt{1+y^2} dx \quad (5)$$

有效面积 $F(u)$ 及冲裁力 $P(u)$ 为

$$F(u) = \int_0^u s(v,u) dv + s(0,u)(t-u) \quad (6)$$

$$P(u) = 4\tau_0 F(u) \quad (0 \leq u < t) \quad (7)$$

为

$$f(u) = r \cos \varphi(u) + h_i \quad (8)$$

则上述公式可直接用于对应冲裁力的计算。

1.2 圆形件斜直刃口冲裁力

对圆形件, $r=a$, 外凸时 $f=au/H$, H 为斜刃高度。由(1)~(4)式

$$P_{max} = P|_{u=H-t} = 4a\tau_0 [\sqrt{H^2 - (H-t)^2} - (H-t) \cos^{-1} \frac{H-t}{H}] \quad (9)$$

内凹时 $f=a(H-u)/H$, 由(1)~(8)式, P_{max} 在未冲穿时出现

$$P_{max} = 4a\tau_0 [\alpha(H \cos \alpha + t) - H \sin \alpha] \quad (10)$$

其中 α 为 $\alpha \sin \alpha - t/H = 0$ 的根。容易计算, 在 $t/H = 0.1 \sim 1$ 时, (9)与(10)式之比约为 2。可见同样冲裁件与斜刃高度, 不同刃口形状的冲裁力相差甚大。寻求最优刃口是有实

际意义的工作。

1.3 剪床剪切力

剪床裁剪是斜刃冲裁的特例: $f=ku$, $y=b$, 由(4)式可得

$$P(u) = \tau_0 \int_u^{u+t} \int_{kv}^{k(u+t)} \sqrt{1+y^2} dx dv = \frac{1}{2} K t^2 \tau_0$$

此式就是常用的剪床剪切力公式^[2]。

2 最优刃口方程及轴对称件单峰最优刃口

2.1 目标分析

模具设计者总希望冲裁力先随冲裁行程缓增, 然后缓减, 且最大值小。这样可减小设备吨位、噪声及周期性的贮存和释放的弹性能。增加斜刃高度虽可降低冲裁力, 但受模具寿命、零件挠曲及设备行程的限制。那么对给定 H 如何确定刃口形状 $f=f(u)$ 使冲裁力最小?

设想一种刃口 $f=f(u)$, 满足

- (1) 未冲穿冲裁力是行程的增函数, 即 $dP(u)/du > 0$;
- (2) 冲穿后冲裁力保持为常数, 即 $dP(u)/du = 0$;
- (3) 最后缓减至零。

若刃口形状满足条件(1)~(3), 则冲裁力分布最均匀, 因为必定在给定斜刃高度 H 的各种刃口中冲裁力最大值最小, 噪音、振动降

至最低。一般情况下(3)自然满足。故称满足(1)、(2)的刃口 $f=f(u)$ 为最优刃口。最优刃口的设计问题就是根据零件形状 $r=r(\varphi)$ 或 $y=y(x)$ 求出能满足(1)、(2)两条件的 $f=f(u)$ 。

2.2 最优刃口微分方程

为求零件 $r=r(\varphi)$ 的最优刃口，根据(1)式将(4)式改写为

$$P(u) = 4\tau_0 \int_u^{u+t} s(v,u) dv$$

则根据对带参变量积分的求导法则

$$\frac{dP(u)}{du} = 4\tau_0 \left[\int_u^{u+t} \frac{\partial s(v,u)}{\partial u} dv + \right.$$

$$\left. S(u+t,u) - s(u,u) \right]$$

根据条件(2)令 $dP(u)/du=0$ ，即

$$\int_u^{u+t} \frac{\partial s(v,u)}{\partial u} dv + s(u+t,u) - s(u,u) = 0 \quad (11)$$

显然(1)也是带参变量的积分，故有

$$\frac{\partial s(v,u)}{\partial u} = \sqrt{r^2 + r'^2} \Big|_{\varphi=\varphi(u+t)} \cdot \varphi'(u+t)$$

$$\text{于是 } \int_u^{u+t} \frac{\partial S(v,u)}{\partial u} dv = t \sqrt{r^2 + r'^2} \Big|_{\varphi=\varphi(u+t)} \cdot \varphi'(u+t) \quad (12)$$

另外由条件(1)不难得到

$$s(u+t,u) = \int_{\varphi(u+t)}^{\varphi(u+t)} \sqrt{r^2 + r'^2} d\varphi \equiv 0 \quad (13)$$

$$s(u,u) = \int_{\varphi(u)}^{\varphi(u+t)} \sqrt{r^2 + r'^2} d\varphi \quad (14)$$

将(12)~(14)式代入(11)式即得

$$t \cdot \sqrt{r^2 + r'^2} \Big|_{\varphi=\varphi(u+t)} \cdot \varphi'(u+t) - \int_{\varphi(u)}^{\varphi(u+t)} \sqrt{r^2 + r'^2} d\varphi = 0 \quad (15)$$

采用直角坐标系时，用类似方法可导出

$$t \cdot \sqrt{1 + y'^2} \Big|_{x=f(u+t)} \cdot f'(u+t) - \int_{f(u)}^{f(u+t)} \sqrt{1 + y'^2} dx = 0 \quad (15')$$

为要使 $f=f(u)$ 最优，还应满足条件(1)。

由(7)式考虑板料未冲穿的情况：

$$\frac{dP(u)}{du} = 4\tau_0 \frac{dF(u)}{du}, \quad (0 \leq u < t) \quad (16)$$

由(6)式

$$\frac{dF(u)}{du} = \int_0^u \frac{\partial s(v,u)}{\partial u} dv + s(u,u) +$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{ds(o,u)}{du} (t-u) - s(o,u) \\ & (0 \leq u < t) \end{aligned} \right\} (17)$$

由(5)式

$$\frac{\partial S(v,u)}{\partial u} = \sqrt{r^2 + r'^2} \Big|_{\varphi=\varphi(u)} \cdot \varphi'(u) \quad (0 \leq u < t)$$

故

$$\int_0^u \frac{\partial S(v,u)}{\partial u} dv = u \cdot \sqrt{r^2 + r'^2} \Big|_{\varphi=\varphi(u)} \varphi'(u) \quad (0 \leq u < t) \quad (18)$$

又

$$S(o,u) = \int_{\varphi(o)}^{\varphi(u)} \sqrt{r^2 + r'^2} d\varphi, \quad (0 \leq u < t) \quad (19)$$

故

$$\left. \begin{aligned} & \frac{dS(o,u)}{du} = \sqrt{r^2 + r'^2} \Big|_{\varphi=\varphi(u)} \varphi'(u) \\ & (0 \leq u < t) \end{aligned} \right\} (20)$$

又由(5)式

$$\left. \begin{aligned} & s(u,u) = \int_{\varphi(u)}^{\varphi(u)} \sqrt{r^2 + r'^2} d\varphi \equiv 0 \\ & (0 \leq u < t) \end{aligned} \right\} (21)$$

将(18)~(21)式代入(17)式

$$\frac{dF(u)}{dt} = t \cdot \sqrt{r^2 + r'^2} \Big|_{\varphi=\varphi(u)} \cdot \varphi'(u) - \int_{\varphi(o)}^{\varphi(u)} \sqrt{r^2 + r'^2} d\varphi, \quad (0 \leq u < t) \quad (22)$$

将(22)式代入(16)式

$$\frac{dP(u)}{du} = 4\tau_0 \left[t \cdot \sqrt{r^2 + r'^2} \Big|_{\varphi=\varphi(u)} \cdot \int_{\varphi(o)}^{\varphi(u)} \sqrt{r^2 + r'^2} d\varphi \right] \quad (0 \leq u < t) \quad (23)$$

为使 $f=f(u)$ 满足条件(1)，令 $dP(u)/du > 0$ ($0 \leq u < t$)，则由(23)式得

$$t \cdot \sqrt{r^2 + r'^2} \Big|_{\varphi=\varphi(u)} \cdot \varphi'(u) - \int_{\varphi(o)}^{\varphi(u)} \sqrt{r^2 + r'^2} d\varphi > 0, \quad (0 \leq u < t) \quad (24)$$

采用直角坐标时，用类似方法可导出

$$\left. \begin{aligned} & t \cdot \sqrt{1 + y'^2} \Big|_{x=f(u)} \cdot f'(u) - \\ & \int_{f(o)}^{f(u)} \sqrt{1 + y'^2} dx > 0, \quad (0 \leq u < t) \end{aligned} \right\} (24')$$

容易分析，如果 $f=f(u)$ 满足(24)、(15)式，则必有冲穿前 $dP(u)/du > 0$ ，冲穿后

$dP(u)/du=0$, 因而必有最小冲裁力。必须指出, $f=f(u)$ 必须满足(24)式, 否则可能在未冲穿时出现较大的冲裁力。称(15)、(24)式为斜刃冲裁最优刃口微分方程。它们由轴对称件导出, 但同样适用于一般冲裁件。至此, 斜刃冲裁最优刃口设计问题归结为根据给定零件 $r=r(\varphi)$ 求解(15)、(24)式的问题。

2.3 圆形件最优刃口

对圆形件, $r=a$, $\varphi = \sin^{-1}f(u)/a$ 。由(15)式可得最优刃口微分方程

$$t \cdot \left[\sin^{-1} \frac{f(u+t)}{a} \right]'_u - \sin^{-1} \frac{f(u)}{a} + \sin^{-1} \frac{f(u)}{a} = 0$$

对应的解为

$$f(u) = a \sin(Au + B) \tag{25}$$

考虑边界条件 $f|_{u=0}=0$, $f|_{u=H}=a$, 则

$$f(u) = a \sin[\pi u / (2H)] \tag{26}$$

式中 H 为斜刃高度。易证(25)式满足(24)式。相应冲裁力为

$$P = \pi a t^2 \tau_0 / H = P_0 (t / 2H) \tag{27}$$

式中 P_0 为对应平刃冲裁力(下同)

2.4 棱形件最优刃口

如图 2a, 采用直角坐标系, 零件形状为 $y = a(1-x/b)$, 由(15)式得其最优刃口方程

$$t \cdot f'(u+t) - f(u+t) + f(u) = 0$$

对应解为

$$f = Au + B \tag{28}$$

考虑边界条件 $f|_{u=0}=0$, $f|_{u=H}=b$, 则 $f = bu / H$ \tag{29}

易证(28)式满足(24)式, 相应冲裁力为

$$P = 2\sqrt{a^2 + b^2} t^2 \tau_0 / H = P_0 t / (2H)$$

2.5 弧边与直边轮廓轴对称件最优刃口

图 2(c)、2(b)及图 1(a)所示为该类零件, 其直边部分可按(28)式确定最优刃口, 弧边部分可按(25)式确定最优刃口。连续的最优刃口是(25)与(28)式的分段组合。限于篇幅, 略去分析, 结果如下:

图 2(c)零件最优刃口

$$f(u) = \begin{cases} bu / H_1 & (0 \leq u < H_x) \\ b - r \sin \varphi_0 + r \sin[\pi(u - H_x) / 2H_2 + \varphi_0] & (H_x \leq u \leq H_x + H_y = H) \end{cases}$$

式中 $H_1 = H_x = 4bH / l$;

$$H_2 = 2Hr\pi / l$$

$$H_y = 4(\pi/2 - \varphi_0)rH / l$$

l —零件周长(下同)

图 2(b)零件最优刃口:

$$f(u) = \begin{cases} r_1 \sin[\pi u / (2H_1)], & (0 \leq u < H_x) \\ r_1 \sin \varphi_0 + b(u - H_x) / H_2, & (H_x \leq u < H_x + H_y) \\ r_1 \sin \varphi_0 + b - r_2 \sin \varphi_0 + r_2 \sin[\pi(u - H_x - H_y) / (2H_3) + \varphi_0], & (H_x + H_y \leq u \leq H) \end{cases}$$

式中 $H_1 = 2r_1\pi H / l$;

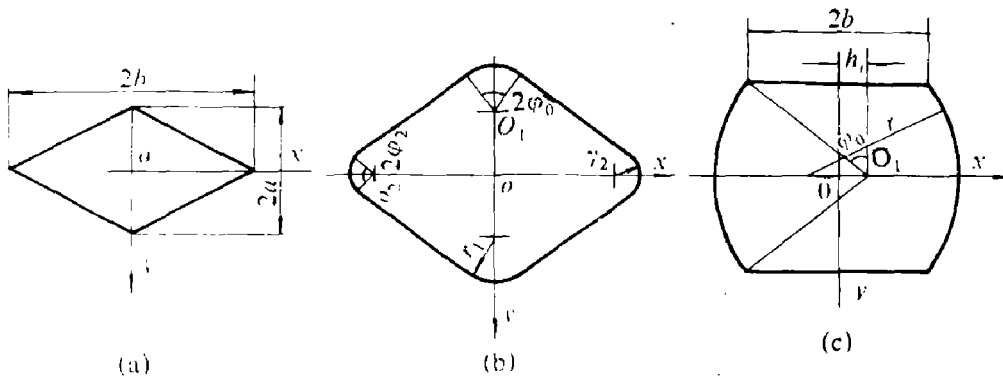


图 2 弧边与直边构成的轴对称件

$$H_2 = 4bH / (l \cdot \cos\varphi_0);$$

$$H_3 = 2r_2\pi H / l;$$

$$H_x = 4r_1H\varphi_0 / l; H_y = H_2$$

图1(a)零件最优刃口:

$$f(u) = \begin{cases} R\sin[\pi u / (2H_1)], & (0 \leq u < H_x) \\ R\sin\varphi_0 - r\sin\varphi_0 + r\sin \cdot \\ [\pi(u - H_x) / (2H_2) + \varphi_0], & \\ (H_x \leq u \leq H) \end{cases}$$

式中 $H_1 = 2R\pi H / l;$

$$H_2 = 2r\pi H / l;$$

$$H_x = 4\varphi_0 RH / l$$

值得指出, 该类零件斜刃冲裁最优刃口根据一定规则可直接写出结果, 无需一一从(15)、(24)式求解。可以验证, 上述最优刃口满足(15)、(24)式, 而对应的冲裁力可统一为

$$P = P_0 t / (2H)$$

2.6 一般轴对称件最优刃口

(15)式的一般形式为

$$G[f'(u+t), f(u+t), f(u), u] = 0$$

这是一类研究尚少的微分方程, 难得到一般解。对于给定零件可用计算机求其数值解。方法如下:

先人为给定 $f=f(u)$ ($0 \leq u < t$), 如

$$f = ku^n \quad (K > 0, 0 < u < t) \quad (30)$$

再由(15)式求出 $u > t$ 的 f 值。图3是椭圆件随不同函数(30)对应的最优刃口数值解。需注意几点:

(1) $f=f(u)$ ($0 \leq u < t$) 必须满足(24)式, (2)数值解一般与 t 有关, (3)函数(30)的不同形式相当于给定不同的 H , (4)冲裁力为

$$P = 4\tau_0 \int_0^t \int_{\varphi(v)}^{\varphi(t)} \sqrt{r^2 + r'^2} d\varphi dv$$

或 $P = 4\tau_0 \int_0^t \int_{f(v)}^{f(t)} \sqrt{1 + y'^2} dx dv$

3 多峰最优刃口

冲裁件较大时, 考虑设备行程及零件挠曲须采用多峰刃口。峰数较多可认为各峰侧向力自相平衡。因此多峰最优刃口可直接推广到一

般冲裁件。

3.1 圆形件多峰最优刃口

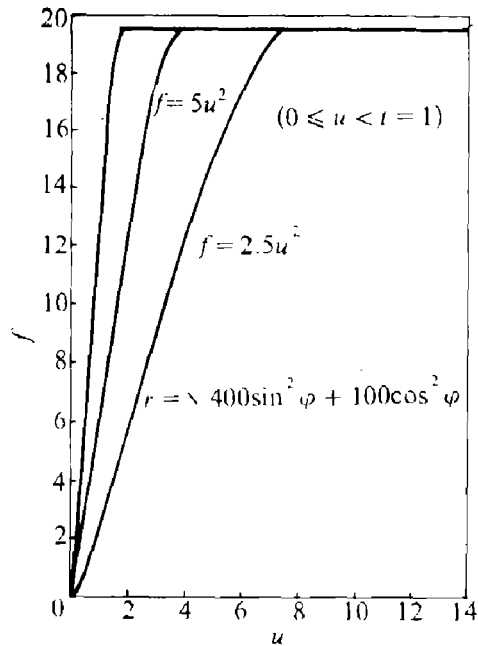


图3 椭圆件最优刃口数值解

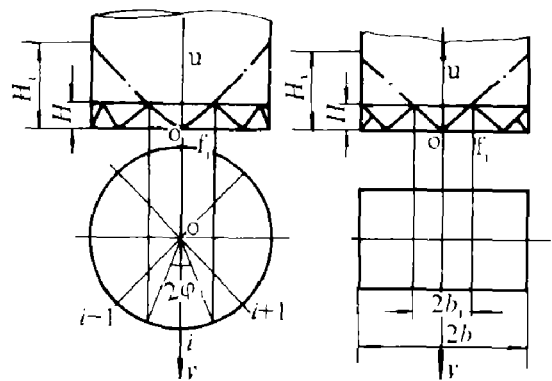


图4 轴对称件多峰最优刃口

图4(a)圆件有 n 个刃峰。第 i 峰对应圆心角为 $2\varphi_i$, 取其径向为 y 轴, 其最优刃口为

$$f_i(u) = r\sin(\pi u / 2H_i), \quad (0 \leq u \leq H) \quad (31)$$

式中 $H_i = \pi H_0 / (2\varphi_i)$ 。总冲裁力为各峰冲裁力 P_i 之和, 即

$$P = \sum_{i=1}^n P_i = \frac{r}{H} t^2 \tau_0 \sum_{i=1}^n \varphi_i = \frac{r\pi}{H} t^2 \tau_0 = P_0 \left(\frac{t}{2H}\right)$$

比较(27)式知, 只要 H 不变, 单峰与多峰最优刃口冲裁力相同, 且与刃峰划分及数目无关。

3.2 矩形件多峰最优刃口

类似分析矩形件最优刃口。如图4(b)以零件直边法向为y轴，第i峰宽 $2b_i$ ，最优刃口为

$$f_i(u) = ub_i / H, \quad (0 \leq u \leq H) \quad (32)$$

$$\text{冲裁力 } P = (l + \tau_0)(t / (2H)) = P_0 t / (2H)$$

4 一般冲裁件最优刃口

非轴对称件只能采用多峰刃口，每一峰也不一定关于其y轴对称。如图5设曲边A处划有一峰，按计算方便取-y轴，刃口形状为 $f_1=f_1(u)$ ， $f_2=f_2(u)$ 。若 f_1 、 f_2 均满足(15)、(24)式，则此峰局部最优。若每一峰都满足(15)、(24)式，且H不变，则总冲裁力必满足(15)、(24)式，因而总体刃口也最优。由此得一般冲裁件最优刃口求法：

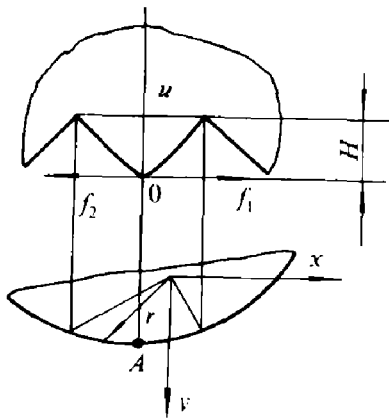


图5 一般冲裁件多峰斜刃局部化

(1) 零件轮廓线型分类，弧边一类，直边一类，其他一类，斜刃高度同为H；

(2) 弧边适当画分峰数，各峰最优刃口由(31)式确定，其中r取弧边对应值；

(3) 直边选法为y轴，各峰最优刃口由(32)式确定；

(4) 不足画分一峰的弧边、直边，若毗连的仍是弧边、直边，可按2.5节处理，其他归5(°)；

(5) 其他线型按(15)、(24)式求解析解或数值解；

(6) 总冲裁力为各峰冲裁力之和。

5 验证

本文的分析基础是冲裁力为有效面积与极限抗剪应力之积。实验验证的基本出发点是检验这一观点是否符合实际。为此采用文献[3]中实验结果与本文理论分析进行比较。试验条件：冲头直径为35mm，斜直外凸刃口，斜度分别为2、4、8、11、15，板材A3，厚度分别为0.5、1.0、1.5、2.0、2.5及3mm。按文献[2] $\tau_0 = 304 \sim 441$ MPa，理论计算取 $\tau_0 = 400$ MPa。表1为实验结果与理论计算比较，其中的 P_1 按(9)式计算，用以检验本文分析基础； P_2 按(27)式计算， P' 为实验结果。由表可见，在 $t=1 \sim 2.5$ 的范围内， P_1 与 P' 极为一致， $t=0.5P_1$ 偏小， $t=3P_1$ 偏大。这种误差可能与 τ_0 的真实值有关。轧制板材晶粒大小与板厚有关，板厚小晶粒小 τ_0 大，反之也对。如果按 $\tau_0 = 304 \sim 441$ MPa计算，则 P_1 与 P' 相当一致，表明本文分析的思想基础是符合实

表1 冲裁力p与板厚t及斜度β的关系 / KN

β / (°)	P / KN	t / mm					
		0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
2	P'	15.3					
	P ₁	12.51					
	P ₂	9.0					
4	P'	12.1	23.3				
	P ₁	8.62	25.50				
	P ₂	4.49	17.97				
6	P'	9.3	19.6	36.9			
	P ₁	7.31	20.1	37.46			
	P ₂	2.99	11.96	26.90			
8	P'	8.7	17.6	33.0	48.1		
	P ₁	6.03	17.2	32.00	49.90		
	P ₂	2.24	8.94	20.12	35.77		
11	P'		13.9	27.6	41.6	53.0	65.0
	P ₁		14.5	26.90	41.8	58.90	78.20
	P ₂		6.47	14.55	25.86	40.41	58.18
15	P'		11	24.0	36.0	45.1	55.6
	P ₁		12.3	22.80	35.30	49.60	65.60
	P ₂		4.69	10.55	18.76	29.31	42.21

(下转 P95)

大。该交角处最不易产生压溃, 因此在技术条件允许的范围内, 接角半径 r 应向大的方向取值;

(3) 塌齿和倒齿

塌齿和倒齿多发生在齿较长的情况下, 特别是挤压生产中模具持续升温, 可出现积累性

塌齿, 这是强度不足的表现。倒齿一旦发生模具即告报废, 这是由于齿形不对称或不平衡的外力所造成的。

合理的模具设计应当充分考虑上述报废形式, 以延长模具的使用寿命。

(上接 P91)

际的。而 P_2 与 P_1 的比较, 则表明最优刃口确可有效降低冲裁力。值得指出, 有关最优刃口与一般斜刃冲裁力的对比实验, 将有重要的实际与理论意义, 有待进一步研究。

6 结论

多峰斜刃冲裁力可根据零件形状、刃口形状局部计算再求和; 任意冲裁件采用斜刃冲裁时存在最优刃口, 相同刃口高度时其冲裁力最小、噪音最低; 当冲裁件由弧边、直边组成时, 最优刃口按(31)、(32)式计算; 轴对称件

可采用单峰或多峰刃口, 一般冲裁件只能采用多峰刃口; 多峰刃各峰刃满足(15)、(24)式即为最优刃口。

参考文献

- 1 肖景荣等. 冲压工艺学. 北京: 机械工业出版社, 1988, 21-23.
- 2 王孝培. 冲压手册. 北京: 机械工业出版社, 1991: 498-502.
- 3 李映铠等. 锻压技术, 1986, (6): 16~20.
- 4 Зубазов М Е. Листовая штамловка МАШГИЗ, 1958, 62~70.